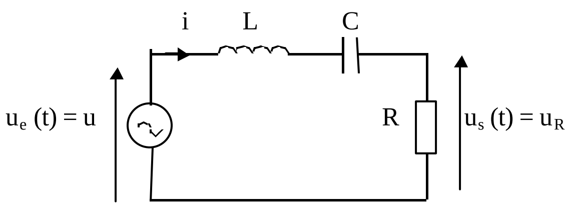
# TD MAPLE PHYSIQUE N° 2 : ELECTROCINETIQUE-ELECTRONIQUE : FILTRES D'ORDRE DEUX

## I. Filtrage à l'aide d'un circuit RLC série.




Les notations sont celles du cours , avec :
$u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ $\Rightarrow$ $\underline{u} = \underline{U}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$ où $\underline{U} = U$
$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi)$ $\Rightarrow$ $\underline{i} = \underline{I}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$ où $\underline{I} = I\,e^{j\varphi}$
$\varphi$ étant le déphasage de i par rapport à u .

- Le circuit ci-dessus est un filtre passe-bande d'ordre 2, de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ , dont on se propose de tracer, avec Maple, le diagramme de Bode en gain, soit le gain en décibels $G(\omega) = 20\log H(\omega)$ en fonction de $\log\omega$.

- On se propose également de tracer le diagramme de Bode du filtre passe-bas d'ordre 2 obtenu en intervertissant la résistance et le condensateur dans le montage ci-dessus, ainsi que celui du filtre passe-haut d'ordre 2 obtenu en intervertissant la bobine et le condensateur dans ce dernier montage.

Nous adopterons la correspondance des notations physique ↔ Maple suivante :

| | | | |
|---|---|---|---|
| impédance complexe aux bornes de la bobine : | $\underline{Z_L}$ | ↔ | ZL |
| impédance complexe aux bornes du condensateur : | $\underline{Z_C}$ | ↔ | ZC |
| intensité efficace complexe : | $\underline{I}$ | ↔ | i (en effet pour Maple $I^2 = -1$ ) |
| pulsation : | $\omega$ | ↔ | omega |
| pulsation propre : | $\omega_0$ | ↔ | omega0 |
| fonction de transfert : | $\underline{H}$ | ↔ | H |
| module de la fonction de transfert : | H | ↔ | modH |
| gain en décibels : | G | ↔ | G |

Rappelons d'autre part la syntaxe Maple pour le logarithme décimal : log10

Il est commode de faire travailler Maple de la façon suivante :
- calculer l'intensité efficace complexe $\underline{I}$ (la même pour les trois filtres) ;
- calculer pour le passe-bande $\underline{H_R}(j\omega) = \dfrac{\underline{U_R}}{\underline{U}} = \dfrac{R\underline{I}}{U}$ ;
- poser pour le passe-bas $\underline{H_C}(j\omega) = \dfrac{\underline{U_C}}{\underline{U}} = \dfrac{\underline{Z_C}\,\underline{I}}{U}$ .
- poser pour le passe-haut $\underline{H_L}(j\omega) = \dfrac{\underline{U_L}}{\underline{U}} = \dfrac{\underline{Z_L}\,\underline{I}}{U}$ .

1. <u>Expression de l'intensité efficace complexe.</u>

1.1. En respectant les notations adoptées, exprimer les impédances complexes de la bobine, du condensateur et du résistor. En déduire l'intensité efficace complexe en fonction de R , L , C , $\omega$ et U .

1.2. Introduire la pulsation réduite $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ où $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et le facteur de qualité du circuit RLC série $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ pour réécrire l'expression de l'intensité efficace complexe en fonction de R , Q , x et U . Simplifier l'expression obtenue (on rappelle l'expression attendue : $\underline{I} = \dfrac{U}{R[1+jQ(x-\frac{1}{x})]}$ ).

2. Etude du filtre passe-bande.

2.1. Gain en décibels.

La tension de sortie étant celle aux bornes de la résistance, exprimer la fonction de transfert correspondante en utilisant l'expression simplifiée de l'intensité efficace complexe précédente.

En déduire l'expression du module de la fonction de transfert puis celle du gain en décibels (on rappelle l'expression attendue : $G(x) = 20 \log \dfrac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2}}$ ).

2.2. Diagramme de Bode.

Pour effectuer le tracé de $G(x)$ en fonction de $\log x$, on posera $x = 10^y$ (en effet $x = 10^y \Leftrightarrow y = \log x$ ) et on fera varier le facteur de qualité de 0,4 à 2 .

Tracer le diagramme de Bode en gain pour un facteur de qualité variant de 0,4 à 2 sous la forme $0{,}4\,k$ avec $k$ entier compris entre 1 et 5 .

3. Etude du filtre passe-bas.

3.1. Gain en décibels.

La tension de sortie étant celle aux bornes du condensateur, exprimer la fonction de transfert correspondante en utilisant l'expression simplifiée de l'intensité efficace complexe précédente.

En déduire l'expression du module de la fonction de transfert puis celle du gain en décibels (on rappelle l'expression attendue : $G(x) = 20 \log \dfrac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2+\left(\dfrac{x}{Q}\right)^2}}$ ).

3.2. Diagramme de Bode.

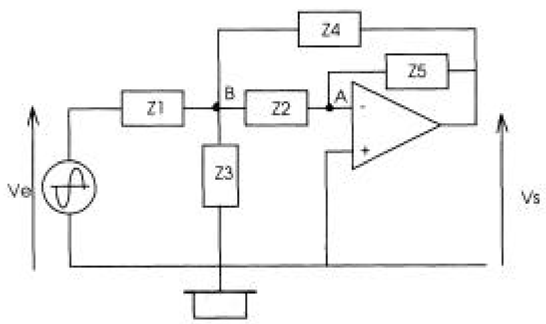
Procéder comme ci-dessus.

4. Etude du filtre passe-haut.

Reprendre l'étude ci-dessus, la tension de sortie étant celle aux bornes de la bobine.

**II. Filtre de Rausch.**

Ce filtre est connu en électronique pour fournir des courbes de réponse particulièrement intéressantes, sans être très encombrant (absence de bobines dans le cas particulier étudié).




1. Etude préliminaire.

L'A.O. est supposé fonctionner en régime linéaire et être idéal.

Complétons la correspondance des notations physique ↔ Maple :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| tensions efficaces complexes : | $\underline{V}_A$ | ↔ | VA | |
| | $\underline{V}_B$ | ↔ | VB | |
| | $\underline{V}_e$ | ↔ | Ve | |
| | $\underline{V}_s$ | ↔ | Vs | |
| admittance complexe : | $\underline{Y}_1$ | ↔ | Y1 | (de même pour Y2 , Y3 , Y4 et Y5 ). |

Exprimer la tension efficace complexe en B , puis en A (nulle), à l'aide du théorème de Millman, en fonction des tensions efficaces complexes d'entrée et de sortie et des différentes admittances complexes (équations 1 et 2).

Résoudre le système obtenu en $\underline{V}_B$ et $\underline{V}_s$ .

En déduire la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ en fonction des différentes admittances complexes.

2. Filtre de Rausch particulier.

2.1. Gain en décibels.

On se place dans le cas particulier où les dipôles 1 , 2 et 4 sont tous trois des conducteurs ohmiques de résistance R ; le dipôle 5 est un condensateur de capacité C ; le dipôle 3 est un condensateur de capacité b C ( b est un réel strictement positif).
On cherche à évaluer l'influence de la valeur b sur le diagramme de Bode.

Dans le cas particulier étudié, exprimer la fonction de transfert en fonction de la pulsation réduite $x = R\,C\,\omega$ , de R et de b .

En déduire l'expression du module de la fonction de transfert puis celle du gain en décibels.

2.2. Diagramme de Bode.

Pour effectuer le tracé de G (x) en fonction de x , on posera comme précédemment $x = 10^y$ et on donnera à b les valeurs 0,5 ; 5 ; 50 ; ... 50 000 . Conclure sur l'utilité d'un tel filtre.