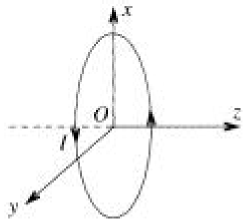
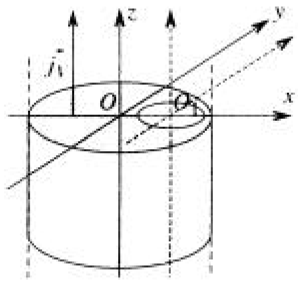
SERIE D'EXERCICES N°31 : CHAMP MAGNETOSTATIQUE



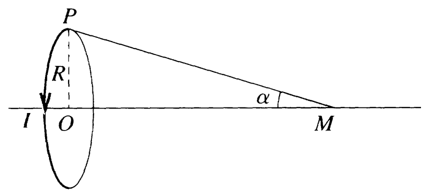
Distributions de courants.

Exercice 1 : spire portant un courant filiforme d'intensité I.
Soit une spire de rayon a et d'axe (Oz) parcourue par un courant d'intensité I.
Quelles sont les symétries et invariances de cette distribution ?



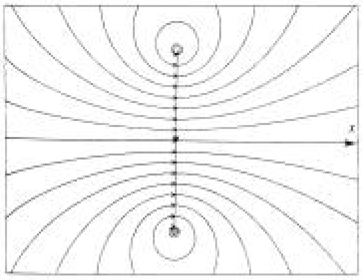
Exercice 2 : cylindre avec cavité portant une densité volumique de courants.
Un cylindre infini à base circulaire est parcouru par un courant volumique uniforme parallèle à ses génératrices. Dans ce cylindre existe une cavité cylindrique à base circulaire et de génératrices parallèles au cylindre précédent.
Etudier les symétries et invariances de cette répartition de courants.

Champ magnétostatique.

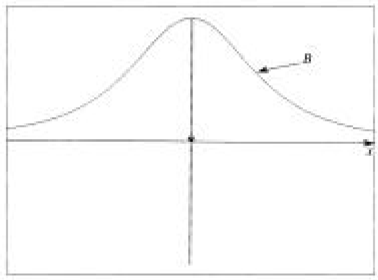


Exercice 3 : champ créé par une spire circulaire sur son axe.
1. Calculer le champ magnétostatique créé par une spire de rayon R, parcourue par un courant d'intensité I, en un point M de son axe (Ox), la spire étant vue sous l'angle α depuis M.

2. Interpréter les figures suivantes obtenues avec Maple :

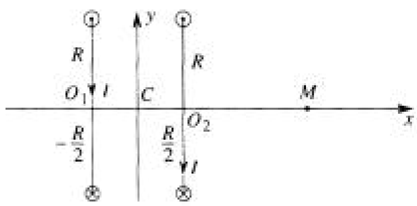


Lignes de champ magnétique d'une spire.



Champ sur l'axe d'une spire.

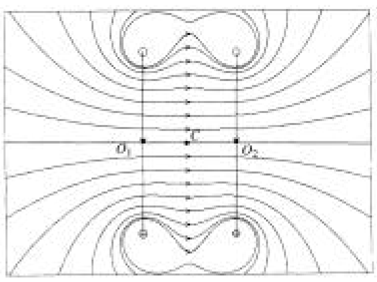
Exercice 4 : bobines de Helmholtz.
1. Une bobine circulaire de centre O, d'axe (Ox) et de rayon R comporte N spires parcourues par un courant d'intensité I. On négligera l'épaisseur des spires. Soit $\vec{B} = B\,\overrightarrow{u_x}$ le champ magnétique en un point M d'abscisse x de l'axe (Ox), et B_0 l'intensité du champ au centre O de la bobine.



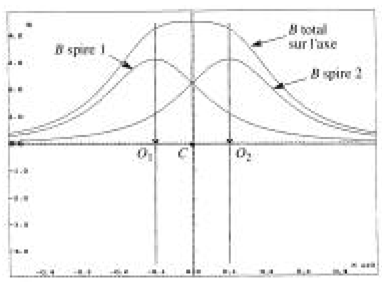
Exprimer $y = \dfrac{B}{B_0}$ en fonction de $u = \dfrac{\overline{OM}}{R}$.
Tracer la courbe $y(u)$ et placer les points d'inflexion.
2. Deux bobines identiques à la précédente, de centres O_1 et O_2, et parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I, sont disposées sur le même axe (Cx), C étant le milieu de O_1O_2. O_1O_2 a la valeur R.

Exprimer $y' = \dfrac{B}{B_0}$ en fonction de $u' = \dfrac{\overline{CM}}{R}$. Calculer $B(O_1)$, $B(C)$, $B(O_2)$.

Un calcul montre que le champ est constant au millième près le long de l'axe pour $-0{,}17\,R < \overline{CM} < +0{,}17\,R$ et on obtient avec Maple les représentations suivantes :



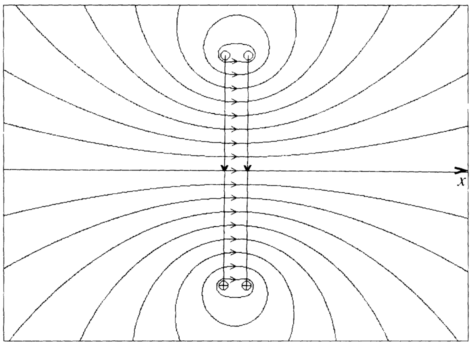
Lignes de champ des bobines de Helmholtz.



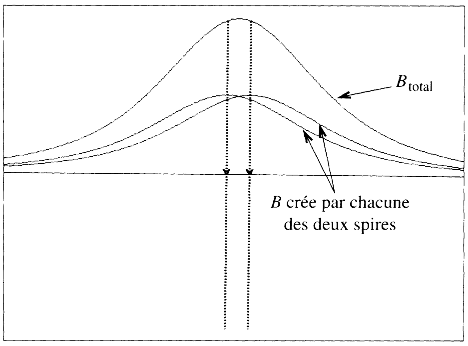
Champ sur l'axe des bobines.

Exercice 5 : solénoïde.

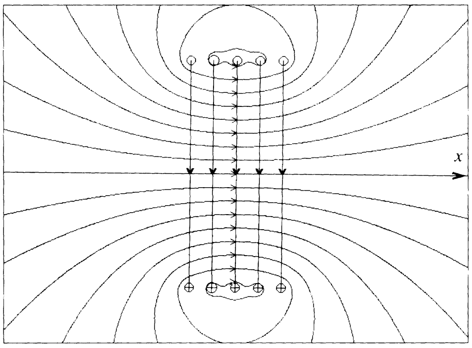
Pour augmenter le champ et étendre la zone de concentration de son flux, nous pouvons songer à associer plusieurs spires de même axe parcourues par des courants de même sens :



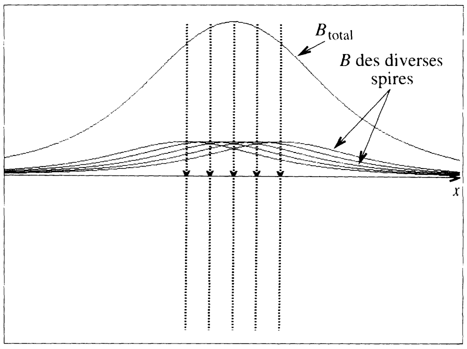
Doc. 31a. *Lignes de champ magnétique d'un ensemble de deux spires parcourues par des courants identiques.*



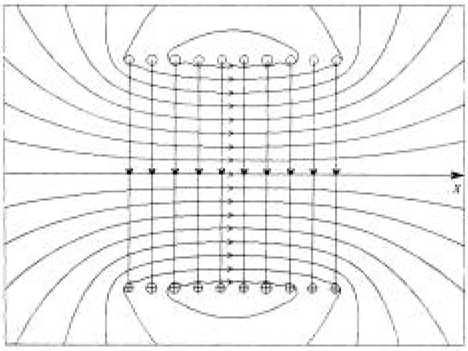
Doc. 31b. *Allure de B(x) dans le cas de deux spires parcourues par des courants identiques.*



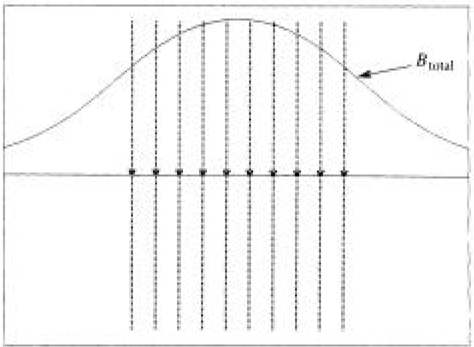
Doc. 32 a. *Lignes de champ magnétique d'un ensemble de cinq spires parcourues par des courants identiques.*



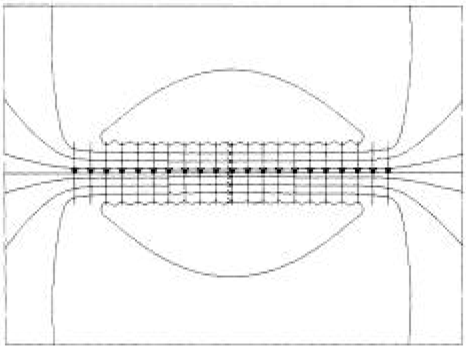
Doc. 32 b. *Allure de B(x) dans le cas de cinq spires parcourues par des courants identiques.*



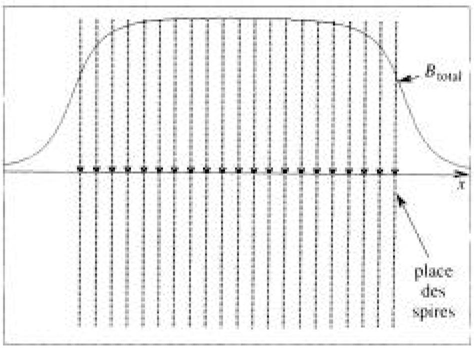
Doc. 33 a. *Lignes de champ magnétique d'un ensemble de dix spires parcourues par des courants identiques.*



Doc. 33 b. *Allure de B(x) dans le cas de dix spires parcourues par des courants identiques.*

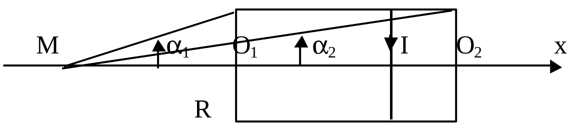


Doc. 34 a. *Lignes de champ magnétique d'un ensemble de vingt et une spires régulièrement réparties et parcourues par des courants identiques.*

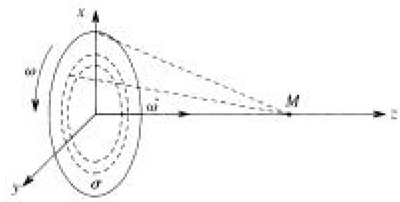


Doc. 34 b. *Allure de B(x) pour un solénoïde constitué de vingt et une spires régulièrement réparties et parcourues par des courants identiques.*

Calculer le champ magnétostatique créé par un solénoïde comportant n spires circulaires de rayon R par unité de longueur, d'axe (Ox), parcouru par un courant d'intensité I, en un point M de l'axe, les faces du solénoïde étant vues depuis ce point sous les angles α_1 et α_2. Traiter le cas du solénoïde infini.

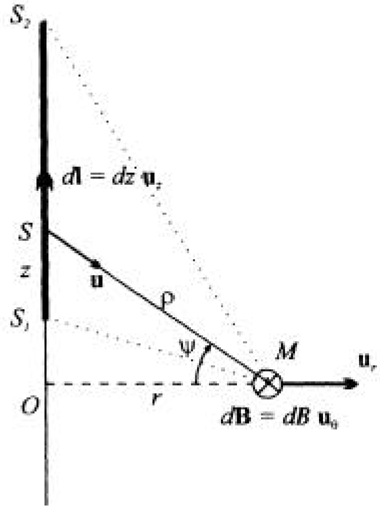


Exercice 6 : disque de Rowland.



Ce physicien américain fut le premier à démontrer qu'un courant électrique, quel qu'il soit, crée un champ magnétique.
Un disque métallique de rayon R, portant une charge électrique répartie avec la densité surfacique uniforme σ (sur l'ensemble des deux faces) tourne à la vitesse angulaire constante ω autour de son axe (Oz).
Calculer le champ magnétostatique créé par ces courants de convection en un point M de l'axe (Oz).
Données : $\sigma = 5.10^{-6}\ C.m^{-2}$; $R = 10{,}5$ cm ; $\omega = 61\ tr.s^{-1}$; $z = 2$ cm .

Exercice7 : tronçon rectiligne, limite du fil illimité, définition légale de l'ampère.



Soit un segment S_1S_2 considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par une intensité I.
1. Calculer le champ magnétostatique créé en M, point situé à la distance r du tronçon, le tronçon étant vu depuis M sous les angles Ψ_1 et Ψ_2.
2. Traiter le cas du fil infini.
3. *L'ampère est l'intensité d'un courant continu qui, maintenu dans deux fils distants de un mètre, produit entre eux une force de 2.10^{-7} newton par mètre de longueur.*

Montrer que cette définition conduit à poser $\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$ uSI .
On rappelle l'expression de la force de Laplace dans le cas d'une géométrie filiforme vue en mécanique (chapitre V, paragraphe VI) : $\vec{F} = I\,\vec{l} \wedge \vec{B}$.

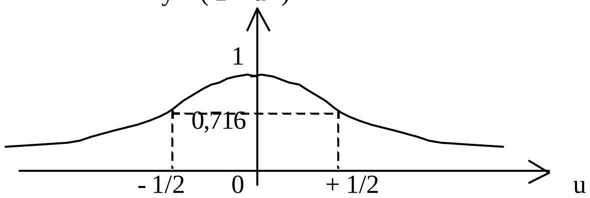
Réponses (les vecteurs sont ici notés en caractères gras).

Exercice 1.
(xOy) : plan de symétrie ; (yOz) et (xOz) : plans d'antisymétrie ; invariance par rotation autour de (Oz) .

Exercice 2.
(xOz) : plan de symétrie ; (xOy) : plan d'antisymétrie ; invariance par translation parallèlement à (Oz) .

Exercice 3.
1) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I \sin^3\alpha}{2R}\,\mathbf{u_x}$.

Exercice 4.
1) $y = (1 + u^2)^{-3/2}$



2) $y' = [\,1 + (1/2 + u')^2\,]^{-3/2} + [\,1 + (1/2 - u')^2\,]^{-3/2}$; $B(O_1) = B(O_2) = 1{,}35\,B_0$ et $B(C) = 1{,}43\,B_0$.

Exercice 5.
$B_x = \dfrac{\mu_0 n I}{2}\,(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$; solénoïde infini : $B_x = \mu_0 n I$.

Exercice 6.
$\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0\,\sigma\,\omega}{2}\,\dfrac{(\sqrt{z^2 + R^2} - z)^2}{\sqrt{z^2 + R^2}}\,\mathbf{u_z}$; $B(M) = 8{,}5.10^{-11}$ T .

Exercice 7.
1) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0\, I}{4\pi r}\,(\sin\Psi_2 - \sin\Psi_1)\,\mathbf{u}_\varphi$. 2) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0\, I}{2\pi r}\,\mathbf{u}_\varphi$.