SERIE D'EXERCICES N°32 : CIRCULATION DU CHAMP MAGNETOSTATIQUE, THEOREME D'AMPERE DIPOLE MAGNETIQUE

Exercice 1 : couche plane infinie.

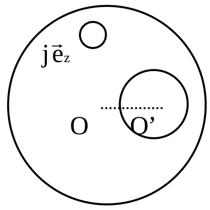
1. Déterminer le champ créé en un point M de l'espace par une couche plane infinie, contenue entre les plans $z = -\frac{e}{2}$ et $z = +\frac{e}{2}$ de courants volumiques uniformes $\vec{j} = j\,\vec{e}_x$.
2. Donner la représentation graphique de $B(M)$.
3. Retrouver le cas limite de la nappe de courant.

Exercice 2 : cylindre infini de densité de courant uniforme.

1. Déterminer le champ créé en un point M de l'espace par un cylindre d'axe (Oz), de rayon R, à l'intérieur duquel circule un courant d'intensité résultante I avec une densité volumique uniforme $\vec{j} = j\,\vec{e}_z$.
2. Donner la représentation graphique de $B(M)$.

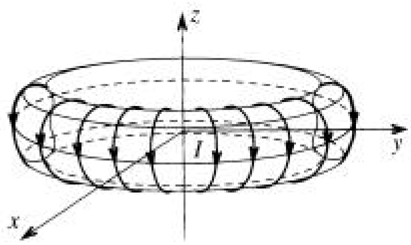
Exercice 3 : cylindre avec cavité cylindrique.

Une cavité cylindrique d'axe $(O'z)$ et de section circulaire de rayon R', a été pratiquée dans un cylindre conducteur d'axe (Oz) et de rayon R.
En dehors de la cavité, le conducteur est parcouru par un courant constant de densité uniforme $\vec{j} = j\,\vec{e}_z$.
Déterminer le champ magnétique en tout point de la cavité.



Exercice 4 : bobine torique.

Calculer le champ créé en tout point de l'espace par l'enroulement sur un tore de N spires régulièrement espacées parcourues par un courant d'intensité I .
On notera que le résultat est valable pour toute bobine torique, indépendamment de la forme de sa section (circulaire, carrée...).



Exercice 5 : solénoïde infini.

1. Calculer le champ magnétique créé en tout point de l'espace par un solénoïde « infini » de section circulaire, parcouru par un courant I et possédant n spires par unité de longueur (un solénoïde de section circulaire peut être considéré comme infini si le rapport de sa longueur au rayon de sa section est supérieur à 10).
2. Le résultat précédent dépend-il de la forme de la section du solénoïde ?

Exercice6 : moment magnétique d'une sphère uniformément chargée en rotation.

Une sphère chargée uniformément en surface, de charge totale q et de rayon R, tourne à la vitesse angulaire constante ω autour de (Oz) . Déterminer le moment magnétique de la distribution de courants associée.

Exercice 7 : modèle classique de l'électron.

Le moment magnétique interne d'un électron, associé à son « spin », est en valeur absolue égal à $M = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ (μ_B étant le magnéton de Bohr). On suppose (c'est un modèle...) l'électron représenté par une boule de rayon $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}$ uniformément chargée en volume, et tournant autour de l'un de ses diamètres à la vitesse angulaire ω par rapport à son référentiel barycentrique.

1. Calculer le moment magnétique $\vec{M}$ de cet électron en fonction de e , r_0 et du vecteur rotation $\vec{\omega}$.
2. Sachant que $\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} \approx \frac{1}{137}$ (constante de structure fine) en déduire l'expression de la vitesse angulaire ω en fonction de m_e , c , α et h , puis celle de la vitesse d'un point équatorial. Que faut-il conclure d'un tel résultat ?

Exercice 8 : mesure du moment dipolaire magnétique d'un aimant.

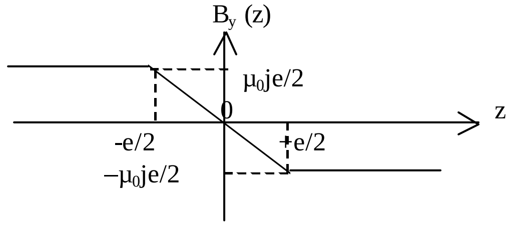
Soit un petit aimant de moment magnétique de norme M inconnue. On dispose d'une aiguille aimantée mobile sans frottement autour d'un axe vertical. A l'équilibre, cette aiguille est orientée dans le sens de la composante horizontale du champ auquel elle est soumise. Comment peut on mesurer le moment M de l'aimant en un lieu où la composante horizontale B_H du champ magnétique terrestre est connue ? Préciser le protocole expérimental pour le cas d'un petit aimant qui aurait le même moment magnétique qu'une bobine de rayon moyen $R = 50$ cm , comportant $N = 10$ spires parcourues chacune par un courant d'intensité $I = 2$ A , sachant que $B_H = 2.10^{-5}$ T .

Réponses.

Exercice 1.

1) $B_y(z) = -\mu_0\, j\, z$ si $|z| < e/2$; $B_y(z) = -\dfrac{\mu_0\, j\, e}{2}$ si $z > e/2$; $B_y(z) = +\dfrac{\mu_0\, j\, e}{2}$ si $z < -e/2$.

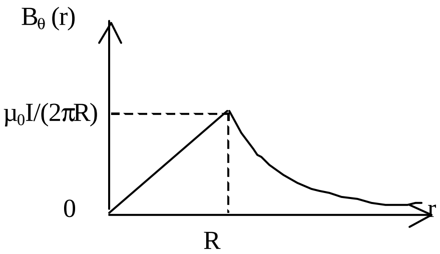
2)



3) Si $e \to 0$ alors $j_s = j\,e$: $B_y = -\dfrac{\mu_0\, j_s}{2}$ si $z > 0$ et $B_y = +\dfrac{\mu_0\, j_s}{2}$ si $z < 0$.

Exercice 2.

Pour $r < R$: $B_\theta(r) = \dfrac{\mu_0\, I\, r}{2\pi R^2}$; pour $r > R$: $B_\theta(r) = \dfrac{\mu_0\, I}{2\pi r}$.



Exercice 3.

$\mathbf{B}_{\text{cavité}}(M) = \dfrac{\mu_0}{2}\, \mathbf{j} \wedge \mathbf{OO'} = \mathbf{cte}$.

Exercice 4.

$\mathbf{B}_{\text{int}} = \dfrac{\mu_0\, n\, I}{2\pi r}\, \mathbf{u}_\varphi$ et $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$.

Exercice 5.

$\mathbf{B}_{\text{int}} = \mathbf{B}_{\text{axe}} = \mu_0\, n\, I\, \mathbf{u}_z$ et $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$.

Exercice 6.

$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \dfrac{\omega q R^2}{3}\, \mathbf{u}_z$.

Exercice 7.

1) $\boldsymbol{\mathcal{M}} = -\dfrac{\omega e\, r_0^2}{5}\, \mathbf{u}_z$. 2) $\omega = \dfrac{5\pi m_e c^2}{\alpha^2 h}$ et $v_0 = \dfrac{5c}{2\alpha} > c$: ce modèle classique ne peut correspondre à ce qui se passe réellement.

Exercice 8.

$\mathcal{M} = \dfrac{2\pi r^3 B_H \tan\alpha}{\mu_0}$; $\mathcal{M} = N I \pi R^2 = 15{,}7\ \text{A.m}^2$.