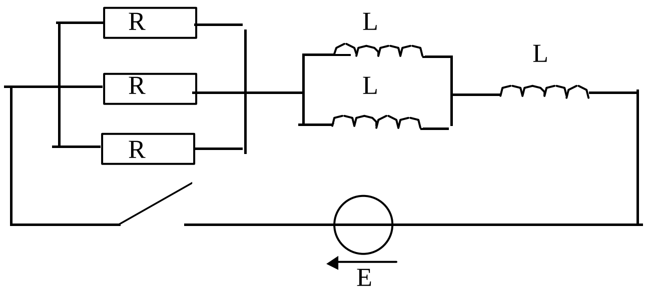
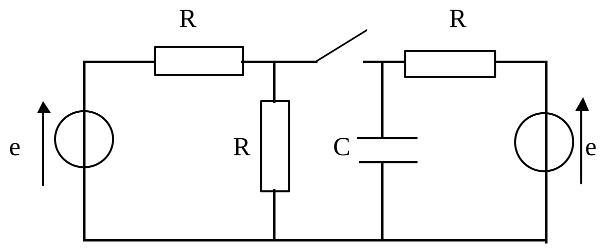
# SERIE D'EXERCICES N° 3 : ELECTROCINETIQUE :
# CIRCUITS LINEAIRES EN REGIME TRANSITOIRE

**Circuits linéaires du premier ordre.**

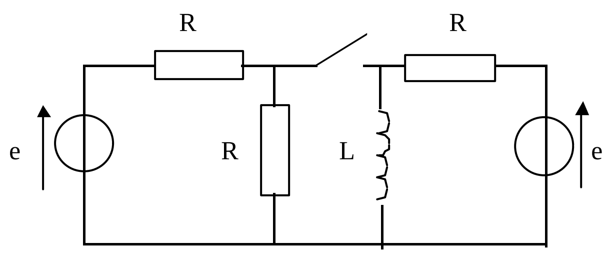
*Exercice 1 : intensité dans un circuit inductif.*
A $t = 0$ on ferme l'interrupteur. Donner la loi de variation avec le temps de l'intensité du courant qui traverse le générateur.
On donne $R = 6000\ \Omega$ , $L = 30$ mH , $E = 6$ V .



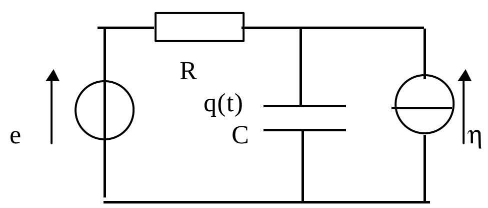

*Exercice 2 : évolution d'une tension aux bornes d'un condensateur.*
A l'instant $t = O$ on ferme l'interrupteur. Décrire la différence de potentiel $u(t)$ aux bornes du condensateur.
Données : $R = 10$ kΩ , $C = 100\ \mu$F , $e = 15$ V .




*Exercice 3 : évolution d'une tension aux bornes d'une bobine.*
A l'instant $t = O$ on ferme l'interrupteur. Décrire la différence de potentiel $u(t)$ aux bornes de la bobine.
Données : $e = 6$ V , $R = 30\ \Omega$ , $L = 100$ mH .



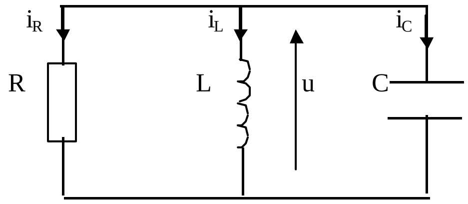

*Exercice 4 : utilisation du théorème de superposition en régime transitoire.*
On étudie la charge $q(t)$ du condensateur dans le montage suivant :




A l'instant $t = 0$ , $q(0) = q_0$ .
Evaluer $q(t)$ à l'aide du théorème de superposition.

**Circuits linéaires du second ordre.**

*Exercice 5 : étude du régime libre d'un circuit (R,L,C) parallèle, principe de dualité.*

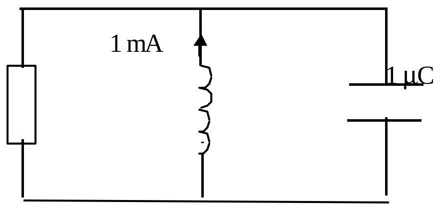



1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par u (u étant la grandeur commune, on écrira la loi des noeuds puis les lois d'Ohm).
Réduire cette équation sous sa forme canonique.
Donner l'expression de la pulsation propre $\omega_0$ en fonction de l'inductance L et la capacité C .
Donner l'expression du facteur de qualité Q en fonction de la conductance $G = 1 / R$ , $\omega_0$ et C ; puis en fonction de G , $\omega_0$ et L , puis en fonction de R , C et L .
Vérifier le principe de dualité entre un dipôle (R,L,C) série et un dipôle (R,L,C) parallèle :

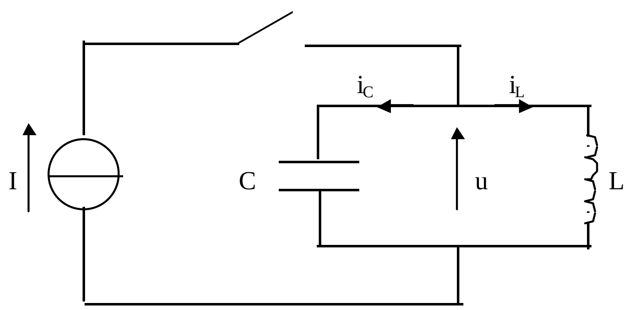
*Les équations différentielles ont exactement la même forme, à condition d'établir les correspondances suivantes, dans les deux sens :*

| | | |
|---|---|---|
| *tension* | « | *intensité* |
| *maille* | « | *noeud* |
| *inductance* | « | *capacité* |
| *résistance* | « | *conductance* |
| *générateur de tension* | « | *générateur de courant* |
| *court-circuit* | « | *circuit ouvert* |

2. Exprimer u(t) pour R = 10 kΩ , L = 100 mH , C = 0,1 µF , avec les conditions initiales suivantes : charge du condensateur 1 µC et valeur absolue de l'intensité dans la bobine 1 mA (voir ci-dessous) :

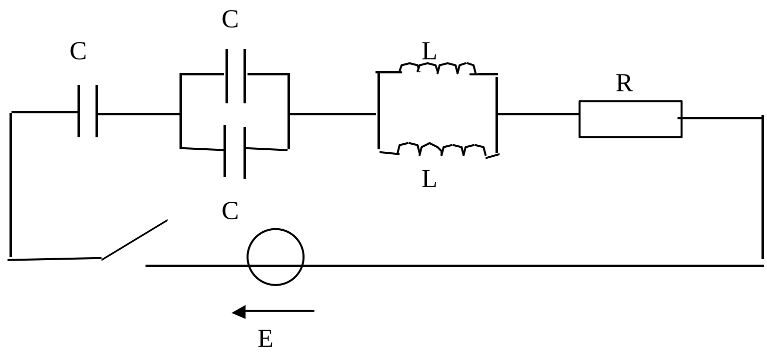



*Exercice 6 : association (L,C) parallèle soumise à un échelon de courant dans le cas idéal.*



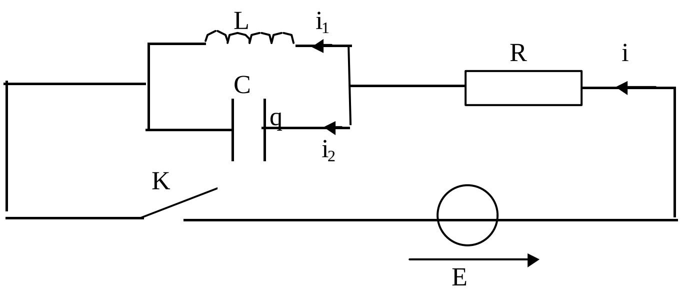

A l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur, le condensateur étant initialement déchargé.
Déterminer u , $i_L$ et $i_C$ en fonction du temps.

*Exercice7 : relaxation apériodique.*
On considère le circuit ci-dessous où toutes les capacités valent $C = 2\ \mu F$ , toute les inductances $L = 10\ mH$ et la résistance $R = 10^3\ \Omega$ .




A $t = 0$ les condensateurs sont déchargés, on ferme l'interrupteur.
Ecrire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i$ qui traverse le générateur sous sa forme canonique. Exprimer la pulsation propre $\omega_0$ et le facteur de qualité $Q$ en fonction de $L$ , $C$ et $R$ .
Calculer $Q$ et montrer que la relaxation est apériodique. Donner l'ordre de grandeur du temps de relaxation.

*Exercice 8.*
On considère le montage suivant où $\tau = RC = L/R$ .




A $t = 0$ on ferme l'interrupteur, le condensateur étant initialement déchargé.
1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ (les coefficients de cette équation seront exprimés en fonction de $\tau$ ).
2. Exprimer les conditions initiales en $q$ et $dq/dt$ ; résoudre en $q(t)$.
3. Donner les relations permettant d'en déduire $i_2$ , $i_1$ et $i$ .

**Réponses.**

*Exercice 1.*

$i = \frac{3\,E}{R}\ (1 - \exp(-t/\tau)) = 3.10^{-3}\ (1 - \exp(-\frac{4}{9}\,.\,10^5\,t))$ .

*Exercice 2.*

$u = \frac{e}{3}\ (2 + \exp(-t/\tau)) = 5\ (2 + \exp(-3\,t))$ .

*Exercice 3.*

$u = \frac{e}{3}\ \exp(-t/\tau) = 2\ \exp(-100\,t)$ .

*Exercice 4.*

$q = \exp(-t/\tau)\,[\,q_0 - C\,(e + \eta\,R)\,] + C\,(e + \eta\,R)$ .

*Exercice 5.*

1) $\ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{u} + \omega_0^{\,2}\,u = 0$ où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{C\,\omega_0}{G} = \frac{1}{G L\,\omega_0} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ .

2) $u = \exp(-500\,t)\,(10\cos(10^4\,t) + 0{,}5\sin(10^4\,t))$ .

*Exercice 6.*

$u = I\sqrt{\frac{L}{C}}\ \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$ ; $i_L = I\left(1 - \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)\right)$ ; $i_C = I\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$ .

*Exercice 7.*

$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{di}{dt} + \omega_0^{\,2}\,i = 0$ où $\omega_0 = \sqrt{\frac{3}{LC}}$ et $Q = \frac{1}{2\,R}\sqrt{\frac{3\,L}{C}}$ . $Q = 0{,}061 < 0{,}5$ et $\tau = \frac{2\,Q}{\omega_0} = \frac{L}{R} = 10\ \mu s$ .

*Exercice 8.*

1) $\ddot{q} + \frac{\dot{q}}{\tau} + \frac{q}{\tau^2} = 0$ . 2) $q\,(t{=}0) = 0$ et $\dot{q}\,(t{=}0) = E/R$ donc $q = \frac{2\,E\,C}{\sqrt{3}}\exp\left(-\frac{t}{2\,R\,C}\right)\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2\,R\,C}\,t\right)$ .

3) $i_2 = \dot{q}$ ; $i = \frac{1}{R}\left(E - \frac{q}{C}\right)$ ; $i_1 = i - i_2$ .