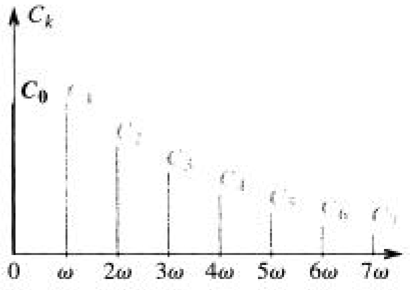
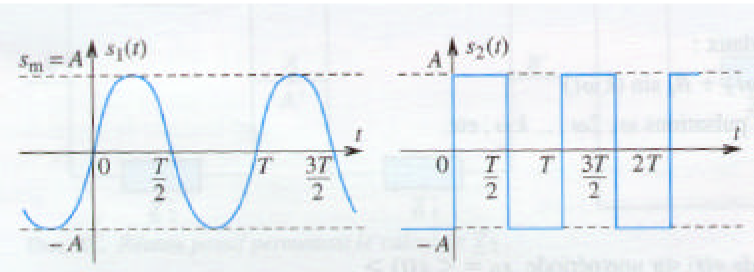
SERIE D'EXERCICES N° 4 : ELECTROCINETIQUE :
RESEAUX LINEAIRES EN REGIME SINUSOÏDAL FORCE

Analyse de Fourier.

Avec les notations du cours $C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$ est l'amplitude de l'harmonique de rang k.
L'ensemble des C_k constitue le spectre de fréquences du signal $s(t)$. Il est représenté par un diagramme en bâtons -spectre de raies- obtenu en portant en ordonnée l'amplitude C_k de l'harmonique et en abscisse la pulsation $k\omega$ correspondante.



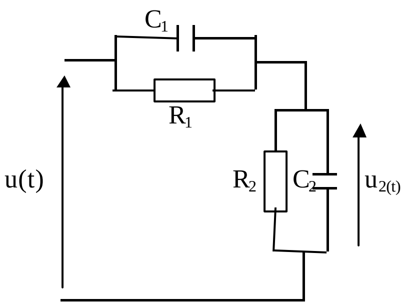
Exercice 1.
Décomposer en série de Fourier les signaux ci-dessous et donner leur spectre en fréquence :



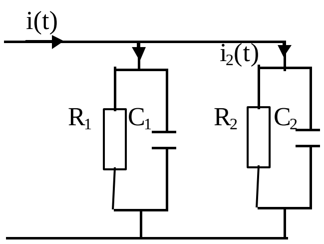
signal sinusoïdal signal carré

Diviseurs de tension et courant.

Exercice 2 : diviseur de tension sans effet de filtrage.
Un diviseur de tension sans effet de filtrage se réalise à l'aide de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ de même structure. L'impédance $\underline{Z}_2$ étant imposée, calculer R_1 et C_1 pour que le rapport d'atténuation soit constant et égal à k ($k<1$).

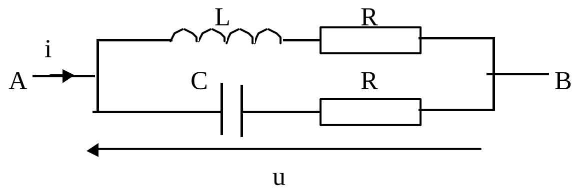


Exercice 3 : diviseur de courant sans effet de filtrage.
Un diviseur de courant sans effet de filtrage se réalise à l'aide de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ de même structure. L'impédance $\underline{Z}_2$ étant imposée, calculer R_1 et C_1 pour que le rapport d'atténuation soit constant et égal à k ($k<1$).

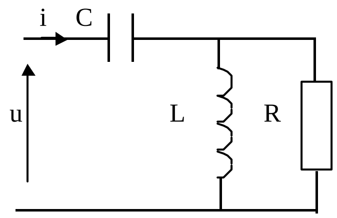


Dipôles (R,L,C).

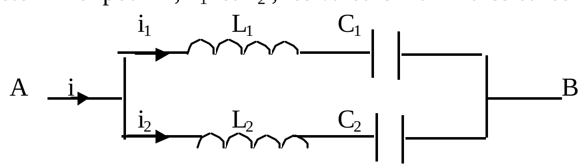
Exercice 4.
On considère la portion de circuit de la figure. Entre A et B , on applique une différence de potentiel sinusoïdale $u = U_m \cos \omega t$, de pulsation ω telle que $LC\omega^2 = 1$ .Déterminer l'intensité totale du courant i(t) et la valeur de R rendant maximale l'intensité efficace I



Exercice 5.
On considère le circuit de la figure. On pose $u = U_m \cos \omega t$ et $i = I_m \cos (\omega t + \varphi)$.
1. Quelle condition doivent vérifier L , C et ω pour que I_m soit indépendant de R .
2. Cette condition étant remplie, calculer I_m et φ en fonction de U_m , C , ω et R .
3. A quelle condition supplémentaire liant R , C et ω, φ est-il nul ?

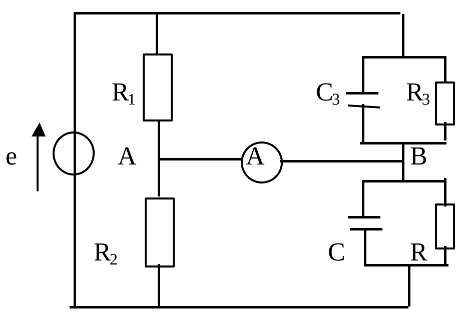


Exercice 6.
On considère la portion de circuit de la figure. Entre A et B on applique une différence de potentiel sinusoïdale $u = U_m \cos \omega t$.
1. Exprimer l'impédance totale.
2. Quelles sont les pulsations pour lesquelles cette impédance est soit nulle, soit infinie ?
3. Déterminer pour i , i_1 et i_2 , les valeurs maximales et les déphasages par rapport à u .



Exercice 7.
Calculer L' , C' , C_1' en fonction de L , C , C_1 pour que les deux branches du circuit soient équivalentes.

Exercice 8.
On considère un pont de Sauty destiné à la mesure des capacités et de leur résistance de fuite. Un pont de Sauty est un pont de Wheatstone dont deux branches sont des résistances, une branche le condensateur à mesurer et dont la dernière branche est composée d'une résistance variable en parallèle avec un condensateur variable. On alimente le tout avec une tension sinusoïdale de pulsation ω . A la place du galvanomètre on met un ampèremètre alternatif. Etudier l'équilibre du pont. En déduire une méthode de mesure des capacités et de leur résistance de fuite (voir le schéma suivant).(On pourra se rapporter au TD 1 exercice 3 .)

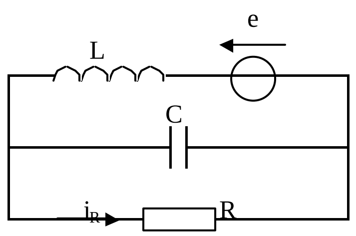


Théorèmes de Thévenin et Norton.

Exercice 9.

On considère le circuit de la figure où $e = E\sqrt{2}\cos\omega t$.

1. Représenter le générateur de Norton équivalent au dipôle branché aux bornes de R .
2. En déduire l'intensité efficace et le déphasage par rapport à e du courant i_R dans la résistance R .
3. Pour quelle pulsation le courant i_R est-il indépendant de R . Donner alors sa valeur efficace et son déphasage par rapport à e .



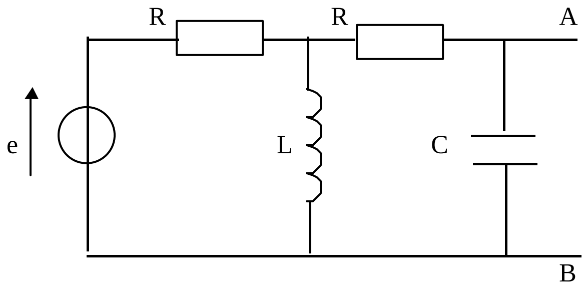
Exercice 10.

On considère le circuit de la figure alimenté par une source de tension sinusoïdale $e = E\sqrt{2}\cos\omega t$.

Les éléments du circuit sont tels que : $LC\omega^2 = 1$ et $RC\omega = 1$.

Déterminer les caractéristiques du générateur de Thévenin équivalent entre A et B .

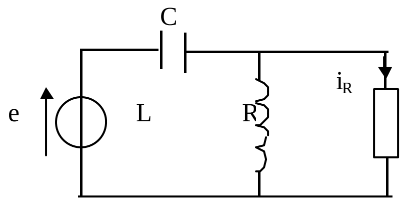
Conseil : calculer $\underline{e}_{AB}$ et $\underline{Z}_{AB}$ d'après le théorème, tout d'abord en fonction de $\underline{Z}_R$, $\underline{Z}_L$, $\underline{Z}_C$, puis en fonction de R , L , C , ω ; introduire alors les conditions: $LC\omega^2 = 1$ et $RC\omega = 1$.



Exercice 11.

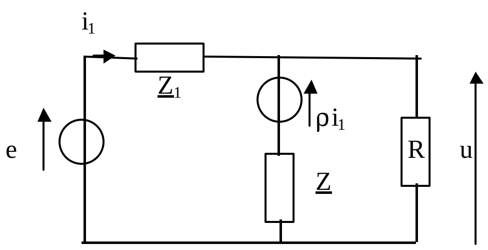
On considère le circuit ci-dessous alimenté par une source de tension sinusoïdale $e = E\sqrt{2}\cos\omega t$.

1. Déterminer le courant $\underline{i}_R$ dans la résistance R en appliquant le théorème de Norton.
2. Pour quelle valeur de la pulsation ω, la valeur efficace de cette intensité est-elle indépendante de R ?



Exercice 12.

Le circuit de la figure contient une source de tension indépendante de f.e.m. $e = E\sqrt{2}\cos\omega t$ et une source de tension commandée par le courant i_1 de f.e.m. $\rho\, i_1$ (ρ réel, homogène à une résistance). Déterminer la réponse en tension u aux bornes de R sous la forme : $\underline{u} = \underline{e} / (1 + \alpha)$ où α est un paramètre complexe que l'on exprimera en fonction des impédances $\underline{Z}$ et $\underline{Z}_1$, de R et de ρ (on appliquera le théorème de Thévenin).



Réponses.

Exercice 1.

$s_1(t) = s_m \sin(\omega t)$; $s_2(t) = \dfrac{4 s_m}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \dfrac{1}{3}\sin(3\omega t) + \dfrac{1}{5}\sin(5\omega t) + \ldots \right)$.

Exercice 2.

$R_1 = R_2 \dfrac{1-k}{k}$ et $C_1 = C_2 \dfrac{k}{1-k}$.

Exercice 3.

$R_1 = R_2 \dfrac{k}{1-k}$ et $C_1 = C_2 \dfrac{1-k}{k}$.

Exercice 4.

$i = \dfrac{2RC}{R^2 C + L} U_m \cos(\omega t)$ et $R = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

Exercice 5.

1) $LC\omega^2 = 2$. 2) $I_m = C\omega U_m$ et $\varphi = \text{Arctan}\left(\dfrac{4-(RC\omega)^2}{4RC\omega}\right)$. 3) $RC\omega = 2$.

Exercice 6.

1) $\underline{Z} = j \dfrac{(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega})(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{(L_1+L_2)\omega - (\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})\frac{1}{\omega}}$. 2) $Z = 0$ si $L_1C_1\omega^2 = 1$ ou $L_2C_2\omega^2 = 1$; $Z \to \infty$ si $(L_1+L_2)\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\omega^2 = 1$.

3) $I_m = \omega U_m \left|\dfrac{(L_1+L_2)C_1C_2\omega^2 - (C_1+C_2)}{(L_1C_1\omega^2-1)(L_2C_2\omega^2-1)}\right|$ et $\varphi = \pm\pi/2$; $I_{m1} = \dfrac{C_1\omega}{|L_1C_1\omega^2-1|} U_m$ et $\varphi_1 = \pm\pi/2$; indices 2 pour i_2 .

Exercice 7.

$C'_1 = \dfrac{CC_1}{C+C_1}$; $C' = \dfrac{C_1^2}{C+C_1}$; $L' = L\left(\dfrac{C+C_1}{C_1}\right)^2$.

Exercice 8.

$R = R_3 R_2 / R_1$ et $C = C_3 R_1 / R_2$.

Exercice 9.

1) $\underline{\eta}_{AB} = \dfrac{e}{jL\omega}$ et $\underline{Z}_{AB} = \dfrac{jL\omega}{1-LC\omega^2}$. 2) $I_R = \dfrac{E}{\sqrt{R^2(1-LC\omega^2)^2 + L^2\omega^2}}$ et $\varphi = \text{Arctan}\left[-\dfrac{L\omega}{R(1-LC\omega^2)}\right]$ si $LC\omega^2 < 1$ et

$\varphi = -\pi + \text{Arctan}\left[-\dfrac{L\omega}{R(1-LC\omega^2)}\right]$ si $LC\omega^2 > 1$. 3. $LC\omega^2 = 1$.

Exercice 10.

$\underline{e}_{AB} = \underline{e}\,\dfrac{2-j}{5}$ et $\underline{Z}_{AB} = R\,\dfrac{3-4j}{5}$.

Exercice 11.

$\underline{i}_R = E \dfrac{LC\omega^2}{R(LC\omega^2-1) - jL\omega}$ et I_R indépendant de R pour $LC\omega^2 = 1$.

Exercice 12.

$\alpha = \dfrac{\underline{Z}_1(R+\underline{Z})}{R(\rho+\underline{Z})}$.