

SERIE D'EXERCICES N° 21 : FORMATION DES IMAGES DANS LES CONDITIONS DE GAUSS

Propagation rectiligne.

Exercice 1.

Dans le cas d'une source étendue, le passage de la zone d'ombre à la zone éclairée n'est pas immédiat et correspond à une zone de pénombre. Un exemple de ce phénomène correspond aux éclipses observées lorsque le Soleil est occulté par la Lune.

A l'aide des données numériques suivantes, évaluer :

- le diamètre de la zone d'ombre et de pénombre au niveau de la surface de la Terre ;
- la durée maximale d'une éclipse totale.

Données : diamètre de la Terre : $d_T = 1,28 \cdot 10^4$ km ; diamètre de la Lune : $d_L = 3,5 \cdot 10^3$ km ; rapport du diamètre apparent du Soleil à celui de la Lune vus de la Terre : $\alpha = 0,9$; distance Terre-Soleil : $R = 1,5 \cdot 10^8$ km ; distance Terre-Lune : $r = 3,8 \cdot 10^5$ km .



Lois de Descartes.

Exercice 2 : dispersion de la lumière blanche.

Un verre a l'indice $n = 1,595$ pour la lumière rouge et $n = 1,625$ pour la lumière violette. Un rayon de lumière blanche, qui contient ces deux couleurs, se propage dans ce verre et arrive à la surface de séparation avec l'air sous une incidence de 35° .

- Calculer l'angle que font dans l'air les rayons rouge et violet.
- Calculer l'angle de réfraction limite dans le verre pour ces deux longueurs d'onde.

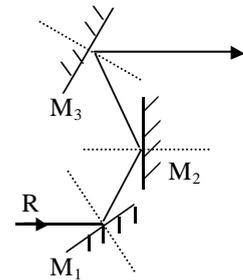
Exercice 3 : champ de vision avec un miroir plan.

Un homme est debout devant un miroir plan rectangulaire, fixé sur un mur vertical ; son œil est à $l = 1,70$ m du sol ; la base du miroir est à une hauteur h au dessus du sol. Déterminer la valeur maximale de h pour que l'homme voit ses pieds. Comment varie cette hauteur en fonction de la distance d de l'œil au miroir ?

Exercice 4 : ensemble de trois miroirs plans.

Un rayon lumineux R se propage dans l'air en se réfléchissant successivement sur trois miroirs plans M_1 , M_2 , M_3 perpendiculaires à un plan choisi comme plan de figure. Les angles d'incidence en I_1 sur M_1 , en I_2 sur M_2 valent tous deux 60° et le rayon I_1I_2 est dans le plan de la figure.

Quelle doit être l'orientation de M_3 pour que, après les trois réflexions, le rayon réfléchi définitif ait la même direction et le même sens que le rayon incident ?

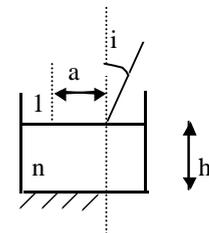


Exercice 5 : réfraction air << eau.

Un pêcheur, dont les yeux sont à $1,20$ m au dessus de l'eau, regarde verticalement un poisson situé à $0,60$ m au dessous de l'eau. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ? A quelle distance le poisson voit-il le pêcheur ? On prendra $n = 4/3$.

Exercice 6 : réflexion et réfraction.

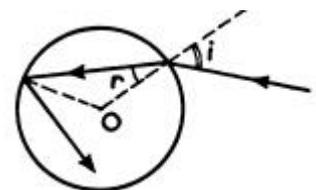
Deux fils parallèles, distants de a , sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n , grâce à des flotteurs. Le liquide est placé dans un récipient dont le fond est un miroir plan. Soit h la hauteur du liquide, cette hauteur est réglable grâce à un dispositif à vases communicants. On observe un des fils sous une incidence i donnée, et on règle h de façon à ce que l'image de l'autre fil coïncide avec le fil observé. Donner l'expression de n en fonction de i , a et h .



Exercice 7 : arc-en-ciel.

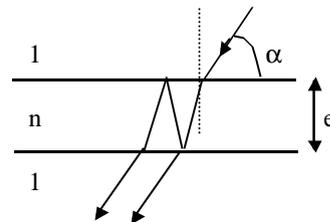
Un rayon de lumière monochromatique pénètre dans une sphère homogène d'indice n sous une incidence i , il subit p réflexions partielles à l'intérieur de la sphère avant de sortir.

- Calculer la déviation D du rayon émergent par rapport au rayon incident.
- Montrer que cette déviation passe par un extremum lorsque i varie.
- A.N. Calculer l'angle d'incidence i_m et la déviation correspondante pour $n = 4/3$ et $p = 1$. Appliquer les résultats précédents à l'arc-en-ciel.



Exercice 8 : lame à faces parallèles.

Un faisceau de lumière parallèle tombe sur une lame à faces parallèles, d'épaisseur e , d'indice n par rapport à l'air, sous un angle α avec le plan de la lame. Il sort par la face inférieure après avoir subi 0 ou un nombre pair de réflexions à travers la lame.



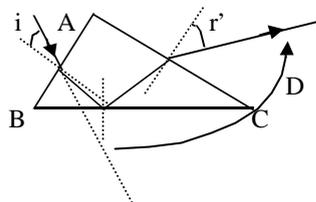
1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons sortant de la lame dont l'un a

subi deux réflexions intérieures de plus que l'autre pour atteindre un même plan perpendiculaire aux rayons émergents.

2. Quelle serait la longueur L que la lumière parcourrait pendant ce temps dans le vide ? Calculer L_0 correspondant à l'incidence rasante. Exprimer $L - L_0$ pour un angle α très petit.

Exercice 9 : prisme à réflexion totale, à déviation $\pi/2$.

Un prisme rectangle en A , reçoit dans le plan de section principale, un rayon qui arrive sur AB sous l'incidence i au dessus de la normale. Trouver la condition liant les angles i , \hat{B} et l'indice n pour qu'il y ait réflexion totale sur BC . Calculer la déviation D en fonction de i , angle d'incidence, et de r' , angle d'émergence. Peut-on la rendre égale à $\pi/2$? Que devient dans ce cas la condition précédente ?



Fibres optiques.

Exercice 10 : ouverture numérique d'une fibre.

On appelle $O.N. = 1 \cdot \sin \theta_{\max}$ l'ouverture numérique de la fibre, où θ_{\max} désigne l'angle d'incidence maximal du rayon lumineux (dans l'air) compatible avec le confinement du rayon lumineux à l'intérieur de la fibre.

Quelle est l'ouverture numérique de la fibre à saut d'indice représentée ci-contre ?



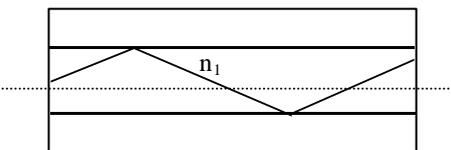
Exercice 11 : fibre optique.

Les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable. Une impulsion lumineuse de courte durée envoyée dans la fibre subit un élargissement temporel lorsqu'elle ressortira de celle-ci. Ceci limite rapidement le taux maximal de transfert d'informations à grande distance par ce type de fibre.

1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons lumineux se propageant dans une fibre optique d'indice 1,6 et de longueur L , l'un sur l'axe de la fibre et l'autre incliné de $\theta = 20^\circ$ par rapport à celui-ci.

2. Quel nombre d'informations peut transférer une telle fibre par unité de temps ?

A.N. : $L = 1 \text{ m}$, 100 m , 10 km ; $n_1 = 1,5$.



Miroirs sphériques.

Exercice 12 : miroir concave.

On dispose d'un miroir concave de rayon $R = 1 \text{ m}$. Quelle est sa distance focale ?

Ce miroir est placé à la distance $D = 5 \text{ m}$ d'un écran E . Où doit-on mettre un petit objet pour en avoir une image nette sur E ?

Quel est le grandissement ?

Exercice 13 : les différentes formules de conjugaison et de grandissement.

Soit un miroir convergent de rayon de courbure 30 cm . Un objet est situé à 10 cm devant le centre C . Déterminer la position de l'image et le grandissement à l'aide des trois relations de conjugaison et de grandissement du cours.

Exercice 14 : grandissement.

Soit un miroir sphérique concave (ou convexe). Déterminer par construction deux points conjugués l'un de l'autre, tels que le

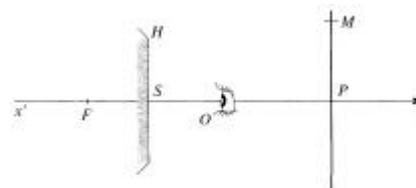
grandissement transversal $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ est égal à 2 . Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice 15 : champ d'un miroir sphérique.

Un œil correctement corrigé, situé en O regarde un plan (P) par réflexion dans un miroir sphérique de sommet S et de foyer F .

Quelle est la distance maximale PM observable, sachant que les dimensions transversales de ce miroir SH sont limitées.

A.N. : $SH = 4 \text{ cm}$; $FS = 50 \text{ cm}$; $SO = 100 \text{ cm}$; $SP = 20 \text{ m}$.



Lentilles sphériques minces.

Exercice 16.

La vergence d'une lentille mince sphérique est fonction de son indice n et des rayons de courbure des dioptries qui la constituent :

$$\frac{1}{OF} = -\frac{1}{OF} = V = (n-1) \left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right) .$$

1. En déduire une relation simple entre la forme de la lentille et son caractère convergent ou divergent.
2. Discuter la nature réelle et virtuelle des foyers.
3. Une lentille équiconvexe ($R_1 = -R_2 > 0$) taillée dans un verre d'indice $n = 1,5$ a une vergence $V = +6 \delta$. Son diamètre est de 5 cm.
 - a) Evaluer le rayon de courbure des dioptries.
 - b) Quelle est l'épaisseur de cette lentille ? L'approximation lentille mince est-elle valable ?

Exercice 17 : distance minimale.

Rechercher la distance minimale objet réel - image réelle à l'aide d'une lentille mince convergente.

Exercice 18 : étude d'un doublet (3 , 2 , 3).

Déterminer l'image, et le grandissement, par un système de deux lentilles minces convergentes identiques, de distance focale 30 cm, écartées de 20 cm, d'un objet placé à 60 cm devant la première lentille.

Exercice 19 : étude d'un doublet (2 , 3 , -3).

On considère une lentille convergente L_1 suivie à une distance $d = 3 a$ d'une lentille divergente L_2 ; les modules de leurs distances focales valent respectivement $f_1 = 2 a$ et $f_2 = 3 a$.

1. Déterminer par construction la position et la nature des foyers objet F et image F' de l'ensemble. Retrouver les résultats par le calcul.
2. On appelle B le point d'intersection de la droite portant un rayon incident issu de F et de la droite portant le rayon émergent correspondant. On appelle A le point de l'axe optique du système dans le plan de front passant par B .
 - a) Construire AB ; déterminer par le calcul la position de A , puis celle de son image A' donnée par le doublet.
 - b) B' étant l'image de B donnée par le doublet, calculer le grandissement de l'ensemble $\frac{A'B'}{AB}$. Que constatez-vous ?

Réponses.

Exercice 1.

a) diamètre de l'ombre $h = d_L (1 - \alpha) = 350 \text{ km}$ et diamètre de la pénombre $H = d_L (1 + \alpha) = 6650 \text{ km}$.

b) $\tau = \frac{h T}{\pi d r} = 12 \text{ min } 30 \text{ s}$.

Exercice 2.

1) $\alpha = \sin^{-1}(n_B \sin i) - \sin^{-1}(n_R \sin i) = 2^\circ 34 \text{ min}$. 2) $\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$; $\lambda_R = 38^\circ 50'$ et $\lambda_B = 37^\circ 59'$.

Exercice 3.

$h = 1/2 = 0,85 \text{ m}$.

Exercice 4.

$M_3 // I_1 I_2$.

Exercice 5.

H : position de l'homme, P : position du poisson, S : sommet du dipotre, P' : position de l'image du poisson vue par l'homme,

H' : position de l'image de l'homme vue par le poisson :

$HP' = HS + SP/n = 1,65 \text{ m}$ et $H'P = n SH + SP = 2,20 \text{ m}$.

Exercice 6.

$n = \sin i \sqrt{1 + \frac{4h^2}{a^2}}$.

Exercice 7.

1) $D = p\pi + 2i - 2(p+1)r$. 2) $\cos i_m = + \sqrt{\frac{n^2 - 1}{p^2 + 2p}}$ (minimum de déviation). 3) $i_m = 59^\circ 23'$ et $D_m = 138^\circ$.

Exercice 8.

1) $\Delta t = \frac{2ne \cos r}{c}$. 2) $L = 2ne \cos r$; $L_0 = 2e \sqrt{n^2 - 1}$; $L - L_0 \approx \frac{e \alpha^2}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

Exercice 9.

$\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \sin \hat{B} - \sin i \cos \hat{B} \geq 1$; $D = i - r' + \pi/2$; on peut réaliser $D = \pi/2$ (équerre optique) si $n \geq \sqrt{2}$.

Exercice 10.

$O.N. = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

Exercice 11.

1) $\Delta t = \frac{nl}{c} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$. 2) $N = \frac{c}{nl \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)}$: pour $L = 1 \text{ m}$, $N = 3,1.10^9$; pour $L = 100 \text{ m}$, $N = 3,1.10^7$;

pour $L = 10 \text{ km}$, $N = 3,1.10^5$.

Exercice 12.

$f = f' = \frac{\overline{SC}}{2} = -0,5 \text{ m}$; $\overline{SA} = -0,56 \text{ m}$; $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -9$.

Exercice 13.

$\overline{SA'} = -0,24 \text{ m}$; $\overline{CA'} = 6.10^{-2} \text{ m}$; $\overline{FA'} = -9.10^{-2} \text{ m}$ et $\gamma = -0,6$.

Exercice 14.

$\overline{FA} = -R/4$ et $\overline{FA'} = -R$ avec $R = \overline{SC}$ ($R > 0$ pour le miroir convexe et $R < 0$ pour le miroir concave).

Exercice 15.

(P' : image de P et M' : image de M) P' est en F , on calcule $P'M' = 6.10^{-2}$ m et $\overline{PM} = \frac{(\overline{FS} + \overline{SP})}{\overline{FS}} \overline{P'M'} = 2,5$ m.

Exercice 16.

1) Lentille à bords minces : $V > 0$: convergente ; lentille à bords épais : $V < 0$: divergente.

2) Lentille convergente : $\overline{OF'} > 0$: F' foyer image réel ; lentille divergente : $\overline{OF'} < 0$: F' foyer image virtuel.

3.a) $R = 2(n-1)/V = 16,7.10^{-2}$ m. 3.b) e solution de $e^2 - 4Re + D^2 = 0$: $e = 3,77.10^{-3}$ m

e très petit devant $|R_1| = |R_2| = R$ et devant $|R_2 - R_1| = |2R_2| = 2R$: la lentille est mince.

Exercice 17.

$D_{\min} = 4f'$ (méthode de Silbermann).

Exercice 18.

$\overline{O_2A'} = 17,1.10^{-2}$ m et $\gamma = -0,43$.

Exercice 19.

1) $\overline{O_2F'} = -\frac{3a}{4}$ et $\overline{O_1F'} = -3a$. 2.a) $\overline{O_1A'} = -\frac{3a}{2}$ et $\overline{O_2A'} = -\frac{9a}{4}$. 2.b) $\gamma = 1$.